Radicali – operații

Ce înseamnă $\sqrt{a}$ $(a \geq 0;\ |a| =$ modulul, valoarea fără semn$)$

$\sqrt{a} = b \iff b \geq 0$ și $b^2 = a$	numărul pozitiv care la pătrat dă a; $\sqrt{-4}$ nu există în $\mathbb{R}$
$\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$; $(\sqrt{a})^2 = a$	$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 2$, pentru că $2 < \sqrt{5}$
$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$; $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	numai la înmulțire și împărțire, $a, b \geq 0$ $(b \neq 0)$
$\sqrt{k^2 a} = k\sqrt{a}$; $k\sqrt{a} = \sqrt{k^2 a}$	scot / introduc factorul: k iese și intră *la pătrat*

Pătrate de știut: $11^2 = 121$, $12^2 = 144$, $13^2 = 169$, $14^2 = 196$, $15^2 = 225$, $16^2 = 256$, $17^2 = 289$, $18^2 = 324$, $19^2 = 361$, $20^2 = 400$

Calculul cu radicali și raționalizarea

$p\sqrt{a} \pm q\sqrt{a} = (p \pm q)\sqrt{a}$	se adună doar radicalii cu același număr sub radical (termeni asemenea)
$p\sqrt{a} \cdot q\sqrt{b} = pq\sqrt{ab}$; $p\sqrt{a} : q\sqrt{b} = \dfrac{p}{q}\sqrt{\dfrac{a}{b}}$	coeficient cu coeficient, radical cu radical
$(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$	dublul produs nu dispare: x, y pot fi cu radical
$(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$	conjugatele: $x - y$ și $x + y$
$\sqrt{a} < \sqrt{b} \iff a < b$	compar: introduc totul sub radical
$m_g = \sqrt{a \cdot b}$	media geometrică a lui a și b
$\dfrac{a}{\sqrt{b}} = \dfrac{a\sqrt{b}}{b}$	raționalizez: amplific cu $\sqrt{b}$
$\dfrac{a}{\sqrt{b} \pm \sqrt{c}} = \dfrac{a(\sqrt{b} \mp \sqrt{c})}{b - c}$	amplific cu conjugatul; numitorul devine $b - c$ (radicalul dispare de la numitor)

Ce văd → ce aplic

$\sqrt{300}$, $\sqrt{75} - \sqrt{48}$	→	descompun în factori primi, scot perechile; apoi termeni asemenea
$3\sqrt{5}$ față de $2\sqrt{11}$	→	introduc sub radical, compar 45 cu 44
$(a + \sqrt{b})^2$ sau $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$	→	formula de calcul prescurtat
fracție cu $\sqrt{b}$ sau $\sqrt{b} \pm \sqrt{c}$ la numitor	→	raționalizez
„arătați că N este natural / rațional”	→	scot factorii, reduc, simplific prin radical; rezultat întreg sau fracție
$a = c_1\sqrt{m}$, $b = c_2\sqrt{m}$	→	$a \cdot b = c_1 c_2\, m$; $m_g = \sqrt{ab}$; $a : b = \dfrac{c_1}{c_2} \in \mathbb{Q}$; $a^2 + b^2$, $(a - b)^2$

Atenție: $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ · $\sqrt{a^2} = |a|$, nu a · $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$, nu $\sqrt{6}$ · $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ nu e răspuns final