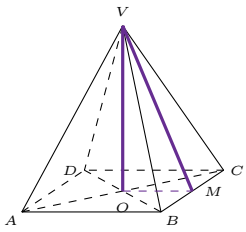
Piramide și prisme regulate

Elementele corpurilor

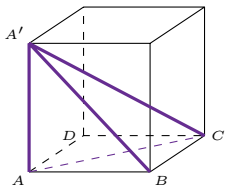


Piramida regulată: baza e un triunghi echilateral sau un pătrat, cu centrul O; vârful V e „deasupra" lui O.

$h = VO$ *înălțimea* ($VO \perp$ bază)
$m = VA$ *muchia laterală*

$a_p = VM$ *apotema piramidei*: înălțimea unei fețe laterale (M = mijlocul lui BC)

OM *apotema bazei*: de la centru la mijlocul laturii



Prisma regulată: două baze la fel (triunghi echilateral sau pătrat), una deasupra celeilalte; fețele laterale sunt dreptunghiuri.

$h = AA'$ *muchia laterală* = înălțimea $l = AB$ *muchia bazei*

$A'B$ *diagonala unei fețe* $A'C$ *diagonala prismei*

$ACC'A'$ *secțiunea diagonală* (dreptunghi)

Arii și volume ($\mathcal{P}_b$ = perimetrul bazei, $\mathcal{A}_b$ = aria bazei)

	$\mathcal{A}_l$	$\mathcal{A}_t$	$\mathcal{V}$	
piramidă	$\frac{\mathcal{P}_b \cdot a_p}{2}$	$\mathcal{A}_l + \mathcal{A}_b$	$\frac{\mathcal{A}_b \cdot h}{3}$	fețele laterale = triunghiuri cu baza l și înălțimea a_p
prismă	$\mathcal{P}_b \cdot h$	$\mathcal{A}_l + 2\mathcal{A}_b$	$\mathcal{A}_b \cdot h$	fețele laterale = dreptunghiuri $l \times h$; două baze
cub	$4l^2$	$6l^2$	l^3	diagonala cubului: $l\sqrt{3}$

baza	$\mathcal{P}_b$	$\mathcal{A}_b$	OM	OA	alte
triunghi echilateral	$3l$	$\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$	$\frac{l\sqrt{3}}{6}$	$\frac{l\sqrt{3}}{3}$	$AM = \frac{l\sqrt{3}}{2}$
pătrat	$4l$	l^2	$\frac{l}{2}$	$\frac{l\sqrt{2}}{2}$	$AC = l\sqrt{2}$

Lungimi și secțiuni (Pitagora în triunghiuri dreptunghice)

$a_p^2 = h^2 + OM^2$	în $\triangle VOM$, dreptunghic în O: apotema piramidei
$m^2 = h^2 + OA^2$	în $\triangle VOA$, dreptunghic în O: muchia laterală
$A'B^2 = l^2 + h^2$	în $\triangle A'AB$: diagonala unei fețe
$A'C^2 = AC^2 + h^2$	în $\triangle A'AC$: diagonala prismei patrulatere
$A'M^2 = AM^2 + h^2$	în $\triangle A'AM$: prisma triunghiulară (M mijlocul lui BC)
$\mathcal{A}_{VAC} = \frac{AC \cdot h}{2}$	la fel $\mathcal{A}_{VAM} = \frac{AM \cdot h}{2}$; $\mathcal{A}_{A'BC} = \frac{l \cdot A'M}{2}$; $\mathcal{A}_{ACC'A'} = AC \cdot h$
suma muchiilor	piramidă: $n \cdot l + n \cdot m$ prismă: $2n \cdot l + n \cdot h$ ($n = 3$ sau 4, numărul laturilor bazei)

Unghiuri și distanțe

$\sin = \dfrac{\text{opusă}}{\text{ipotenuză}} \qquad \text{tg} = \dfrac{\text{opusă}}{\text{alăturată}}$ în triunghiul dreptunghic: $\sin \angle VMO = \dfrac{h}{a_p}$, $\text{tg}\,\angle VMO = \dfrac{h}{OM}$

$\sin \angle = \dfrac{2 \cdot \text{aria}}{\text{produsul laturilor}}$ unghi într-un triunghi *nedreptunghic* (ex. $\angle AVM$): aria scrisă în două moduri

$d = \dfrac{\text{catetă} \cdot \text{catetă}}{\text{ipotenuză}}$ distanța de la vârful unghiului drept la ipotenuză (ex. M la VB, A la $A'B$)

Ce văd → ce aplic

„aria laterală”, „aria totală” → $\mathcal{A}_l$ din $\mathcal{P}_b$ și a_p (sau h); apoi $+\mathcal{A}_b$ (piramidă) sau $+2\mathcal{A}_b$ (prismă)

apotema sau muchia laterală cerută → triunghiul dreptunghic cu înălțimea VO și Pitagora

dat $\mathcal{V}$ sau $\mathcal{A}_l$, cerut l → formula „pe dos”: $\mathcal{A}_b = \dfrac{3\mathcal{V}}{h}$, $\mathcal{A}_b = \dfrac{\mathcal{V}}{h}$, $\mathcal{P}_b = \dfrac{\mathcal{A}_l}{h}$

unghi sau distanță → triunghiul dreptunghic din figură: sin, tg, sau catetă·catetă/ipotenuză

Atenție: apotema piramidei $VM \neq$ muchia laterală $VA \neq$ apotema bazei OM · volumul piramidei are $\frac{1}{3}$, al prismei nu · aria totală a prismei are *două* baze